

نمارين المراجعة النهائية 01

كل الأسئلة المتوقعة في امتحان شهادة البكالوريا مع الإجابة المفصلة :

I. الهندسة الفضائية

في كل التمارين الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

I.1. المستقيم وما يتعلق به

التمرين 01 :

نعتبر المستقيم (Δ) المعروف بالنقطة $A(1; -1; 2)$ و $\vec{u}(2; 1; -1)$ شعاع توجيه له.

1. أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) .
2. تحقق أن النقطة $B(0; -4; 3)$ لا تنتمي إلى المستقيم (Δ) .
3. عين إحداثيات النقطة H مسقط النقطة B على (Δ) .
4. استنتج بعد النقطة B عن المستقيم (Δ) .
5. أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .

صيغة أخرى للسؤال 4 :

نعتبر النقطة $M(1+2t; -1+t; 2-t)$ حيث t عدد حقيقي، ولتكن الدالة h المعرفة على \mathbb{R} بـ : $h(t) = BM$.
أ. أكتب عبارة $h(t)$ بدلالة t .

ب. بين أنه من أجل كل t من \mathbb{R} : $h'(t) = \frac{6t+6}{\sqrt{6t^2+12t+11}}$.

ج. شكل جدول تغيرات الدالة h .

د. استنتج قيمة t التي من أجلها تكون المسافة BM أصغر ما يمكن.

هـ. قارن بين القيمة الحدية للدالة h والمسافة بين النقطة B والمستقيم (Δ) .

I.2. المسنوي وما يتعلق به

التمرين 02 :

أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة $A(-1; 4; 2)$ ، و $\vec{n}(2; 1; -3)$ ناظمي له.

التمرين 03 :

نعتبر النقط $A(0; 3; -1)$; $B(-1; 1; 2)$ و $C(3; 0; -2)$.

1. بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا. 2. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

التمرين 04 :

نعتبر النقط $A(2; 1; 1)$; $B(-1; 3; 2)$; $C(4; 0; 1)$ و $D(1; 2; 2)$.

1. بين أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس المستوي.
2. أكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABC) .
3. استنتج المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) .

التمرين 05 :

نعتبر النقطتين A و B حيث : $A(4; 1; 2)$; $B(1; -1; 3)$.

• عين مجموعة النقط M بحيث : $MA = MB$.

I.3. بعد نقطة عن المسنوي :

التمرين 06 :

نعتبر المستوي (P) معادلته $2x - y + z + 3 = 0$ والنقطة $A(1; -1; 0)$.

1. عين بعد النقطة A عن المستوي (P) .
2. هل النقطة $B(4; 7; -4)$ تنتمي إلى المستوي (P) ؟

التمرين 07 :

نفرض المستوي (P) معادلته : $x + y - 3z + 1 = 0$ ، والنقطة $A(3; 1; -2)$.
عين إحداثيات النقطة H مسقط النقطة A على المستوي (P) .

التمرين 08 :

نعتبر المستوي (P) معادلته : $4x - y + 2z - 3 = 0$ ، والنقطة $A(-1; 2; 1)$.
بين أن النقطة $H\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right)$ هي مسقط النقطة A على المستوي (P) ..

4.I. الكرة وعناصرها المميزة :

التمرين 09 :

M نقطة إحداثياتها $(x; y; z)$ تحقق المعادلات التالية :

عين في كل حالة مجموعة النقط M وعناصرها المميزة :

$$(1) \dots\dots\dots x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 4z - 10 = 0$$

$$(2) \dots\dots\dots x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y - 2z + 15 = 0$$

$$(3) \dots\dots\dots x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y + 2z + 21 = 0$$

$$(4) \dots\dots\dots 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x - 4y + 2z - 2m^2 + 4m + 9 = 0$$

5.I. نقاط مسنقيمين :

التمرين 10 :

نعتبر المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) المعرفين بتمثيلهما الوسيطيين :

$$\left. \begin{array}{l} x = -2 + 2t \\ t \in \mathbb{R}; y = -1 - 2t \\ z = 4 - 6t \end{array} \right\} : (\Delta_2) ; \left. \begin{array}{l} x = 1 - \lambda \\ \lambda \in \mathbb{R}; y = 3 + \lambda \\ z = 2 + 3\lambda \end{array} \right\} : (\Delta_1)$$

1. أدرس تقاطع (Δ_1) و (Δ_2) .

2. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل (Δ_1) و (Δ_2) .

التمرين 11 :

نعتبر المستقيمين (D) و (D') المعرفين بتمثيلهما الوسيطيين :

$$\left. \begin{array}{l} x = 3 + 2t \\ t \in \mathbb{R}; y = 6 + 2t \\ z = -3 - t \end{array} \right\} : (D') ; \left. \begin{array}{l} x = 2 - 3\lambda \\ \lambda \in \mathbb{R}; y = 1 + \lambda \\ z = -3 + 2\lambda \end{array} \right\} : (D)$$

1. أدرس تقاطع (D) و (D') .

2. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل (D) و (D') .

6.I. نقاط مسنويين :

التمرين 12 :

نعتبر المستوي (P) الذي معادلته : $x - 2y + 3z + 7 = 0$ ، والمستوي (Q) الذي معادلته : $3x - 6y + 9z + 17 = 0$.

1. عين مركبات الشعاعين الناظميين \vec{n} و $\vec{n'}$ للمستويين (P) و (Q) .

2. أدرس الوضع النسبي لـ (P) و (Q) .

التمرين 13 :

نعتبر المستويين (P) و (P') المعرفين بمعادلتيهما على الترتيب :

$$2x - y + 3z - 1 = 0 \text{ و } x + y - 2z + 4 = 0$$

1. بين أن (P) و (P') غير متوازيين.
2. هل (P) و (P') متعامدان ؟
3. بين أن (P) و (P') متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له ثم تعيين العناصر المميزة لـ (Δ) .

7.I. نقاط مسنويين:

التمرين 14 :

نعتبر المستوي (P) الذي معادلته : $-x + 4y - 3z = 0$ ، والمستقيم (Δ) تمثيله الوسيطي معرف بالجملة :

$$\left. \begin{array}{l} x = 2 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = 4 - t \end{array} \right\} t \in \mathbb{R}$$

• أدرس الوضع النسبي لـ (Δ) و (P) .

8.I. نقاط المسنوي والكرة:

التمرين 15 :

- (E) مجموعة النقط M إحداثياتها $(x; y; z)$ تحقق المعادلة : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 4z + 5 = 0$ (1)
1. عين مجموعة النقط M وعناصرها المميزة.
 2. بين أن النقط $A(2; 1; 4)$ تنتمي إلى المجموعة (E) .
 3. أكتب معادلة المستوي (P) الذي يمر بالكرة (E) في النقط A .
 4. لتكن النقط B نظيرة A بالنسبة للنقط Ω .
- عين معادلة المستوي (Q) الذي يشمل النقط B .

التمرين 16 :

- نعتبر النقط $A(1; 1; -1)$ والمستوي (P) الذي معادلته : $2x + y - 2z + 4 = 0$.
1. أحسب بعد القطر A عن المستوي (P) .
 2. (Γ) مجموعة النقط M إحداثياتها $(x; y; z)$ تحقق المعادلة : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 2z - 6 = 0$ (1)
 - أ. عين مجموعة النقط M وعناصرها المميزة.
 - ب. بين أن المستوي (P) يمر بقطر الكرة في النقط B يطلب تعيين إحداثياتها.

التمرين 17 :

- (γ) مجموعة النقط M إحداثياتها تحقق المعادلة :
- $$x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 4z - 27 = 0$$
1. بين أن (γ) هي كرة مركزها $\Omega(-2; -1; 2)$ ونصف قطرها $R = 6$.
 2. (P) المستوي الذي معادلته : $x - y + z + 2 = 0$.
 - أ. أدرس الوضع النسبي لـ (γ) و (P) .
 - ب. بين أن تقاطع (γ) و (P) هي دائرة مركزها $A(-3; 0; 1)$ ونصف قطرها $r = \sqrt{33}$.